

MATEMÁTICAS Y COMPETENCIAS BÁSICAS.

BAZA Y HUESCAR.

18 Y 19 DE Noviembre de 2008

Primera parte.

Algunas consideraciones previas.

¿De qué hablamos?

- Saber y saber aplicar.
- Una constante: los niños no saben hacer problemas.
- Una preocupación desde siempre: la aplicabilidad de lo enseñado (Dewey, Kilpatrick, Washburne, Kerschenteiner, Lunaciarski).
- La llegada de las CCBB:
 - Aplicación globalizada.
 - Aplicación sincrónica.
 - Con comprobación y verificación.

Algunas características de las CC.BB.

- Carácter integrador.
- Transferibles, aplicables a diferentes contextos.
- Tienen un carácter dinámico, capaz de transformarse y originar nuevas competencias que a su vez son aplicables a nuevas situaciones.
- El sujeto debe tener un control de las mismas, deben ser claramente evaluables.

¿Qué cambia en el currículo?

- Se acentúa el sentido de “saber para hacer”, por encima del “saber por saber”.
- El sentido del currículum en la educación obligatoria es preparar a todos los alumnos para que estén en las mejores condiciones posibles de llevar a cabo el proyecto de vida que elijan. El sentido no puede ser ya preparar para los estudios superiores, ni puede ser el criterio último de evaluación, exigible a todos, el haber alcanzado el dominio de los saberes necesarios para acceder a una enseñanza superior.
- Renovación en el papel a desempeñar por los docentes.
- Utilización de las NN.TT.

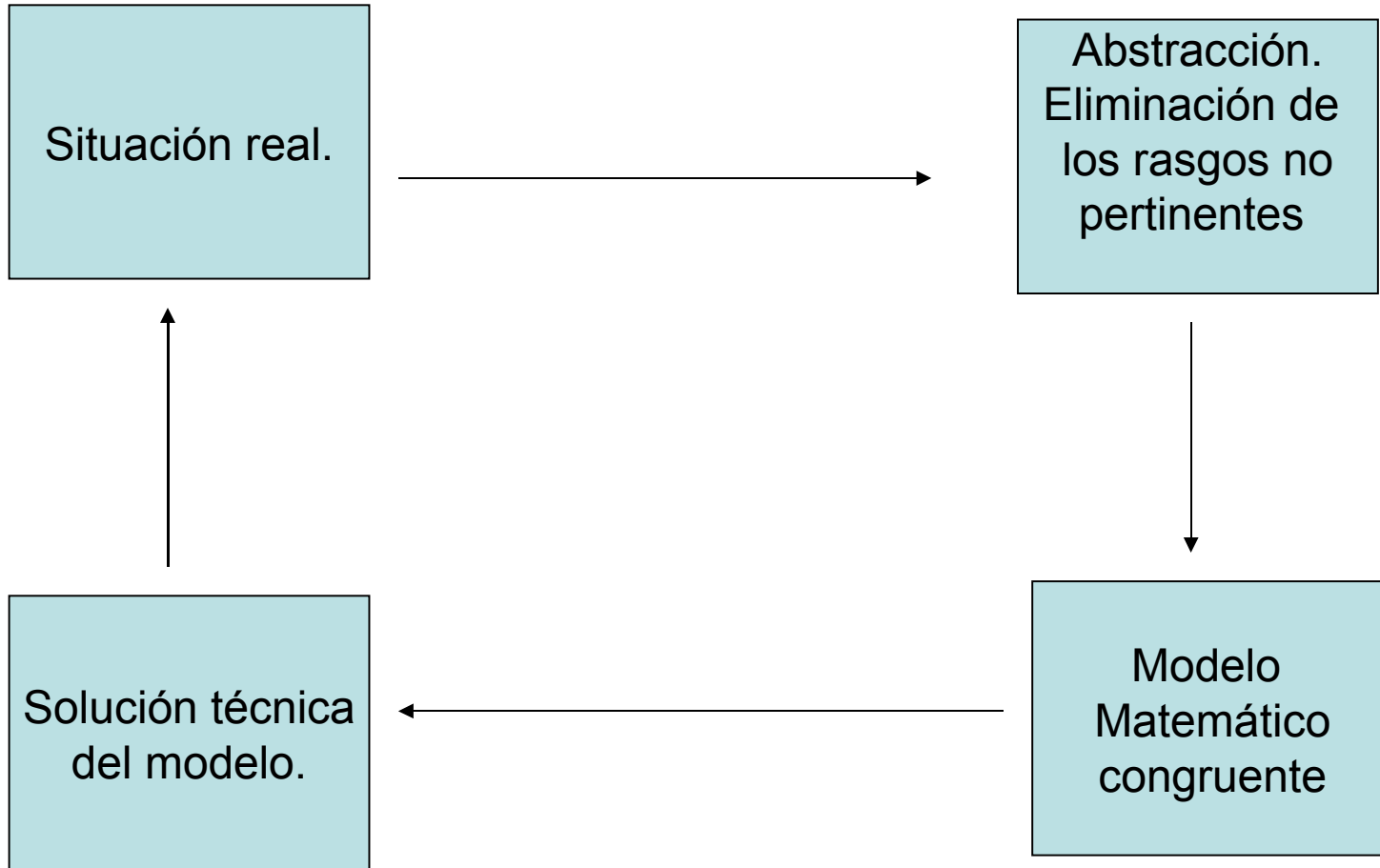
¿Por qué es la matemática, en sí, una competencia básica?

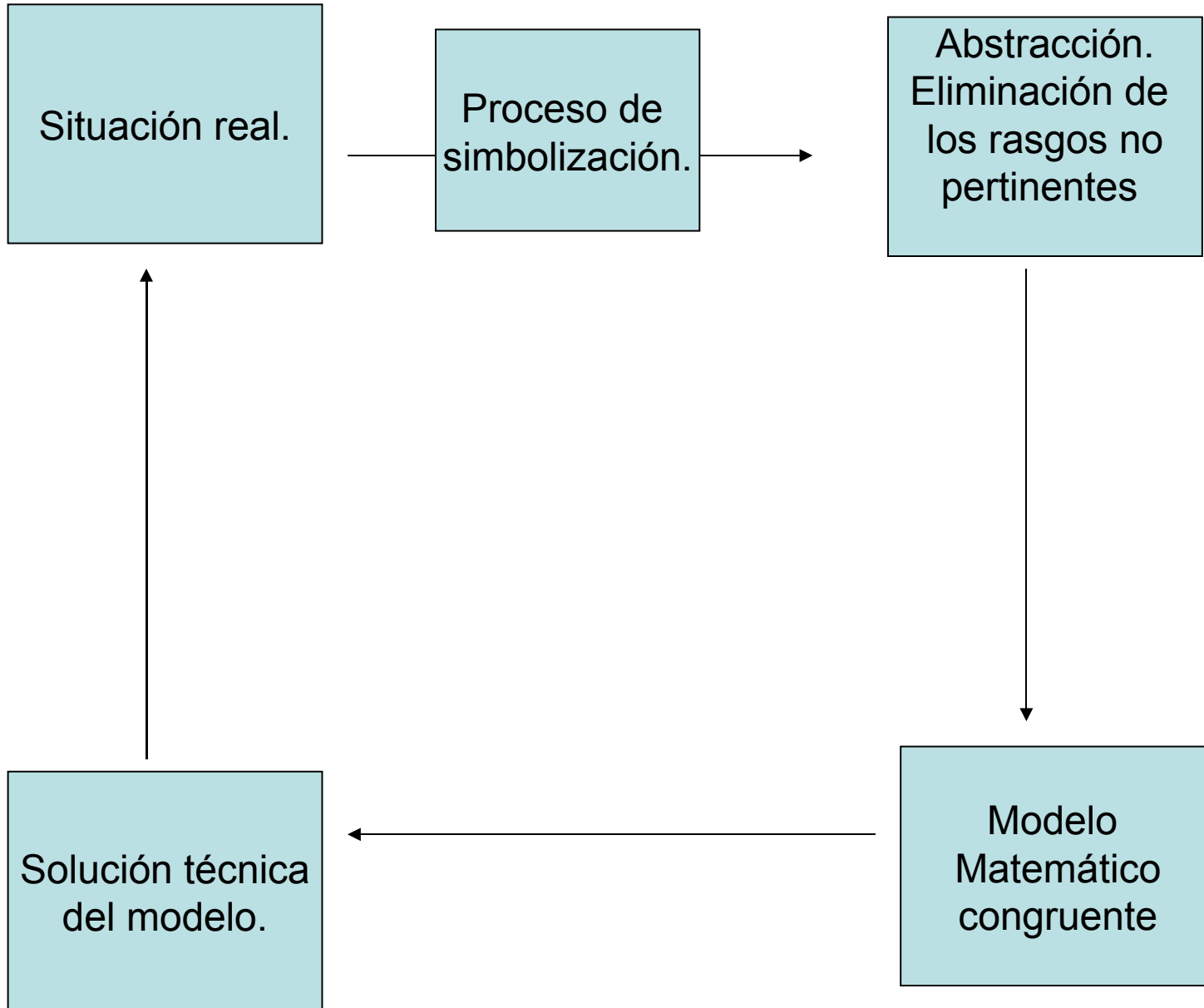
- Porque son un poderoso lenguaje universal que se constituye en la principal herramienta para poder abstraer, generalizar y sintetizar.
- Porque es el lenguaje que utiliza la tecnología y la ciencia, y la herramienta que posibilita el desarrollo de las nuevas tecnologías que están a la base del desarrollo y que permiten el cambio social y alcanzar mejores niveles de vida para todos.
- Porque a través de la matemática se consigue el desarrollo de la mente, del razonamiento lógico y crítico, que son la base que nos permite abordar y solucionar problemas cada vez más difíciles.
- Porque no son sólo una competencia básica para los saberes que tradicionalmente se han agrupado bajo la etiqueta de “ciencias”, sino que también son requeridas para el ejercicio de disciplinas humanísticas o catalogadas como de “letras”.

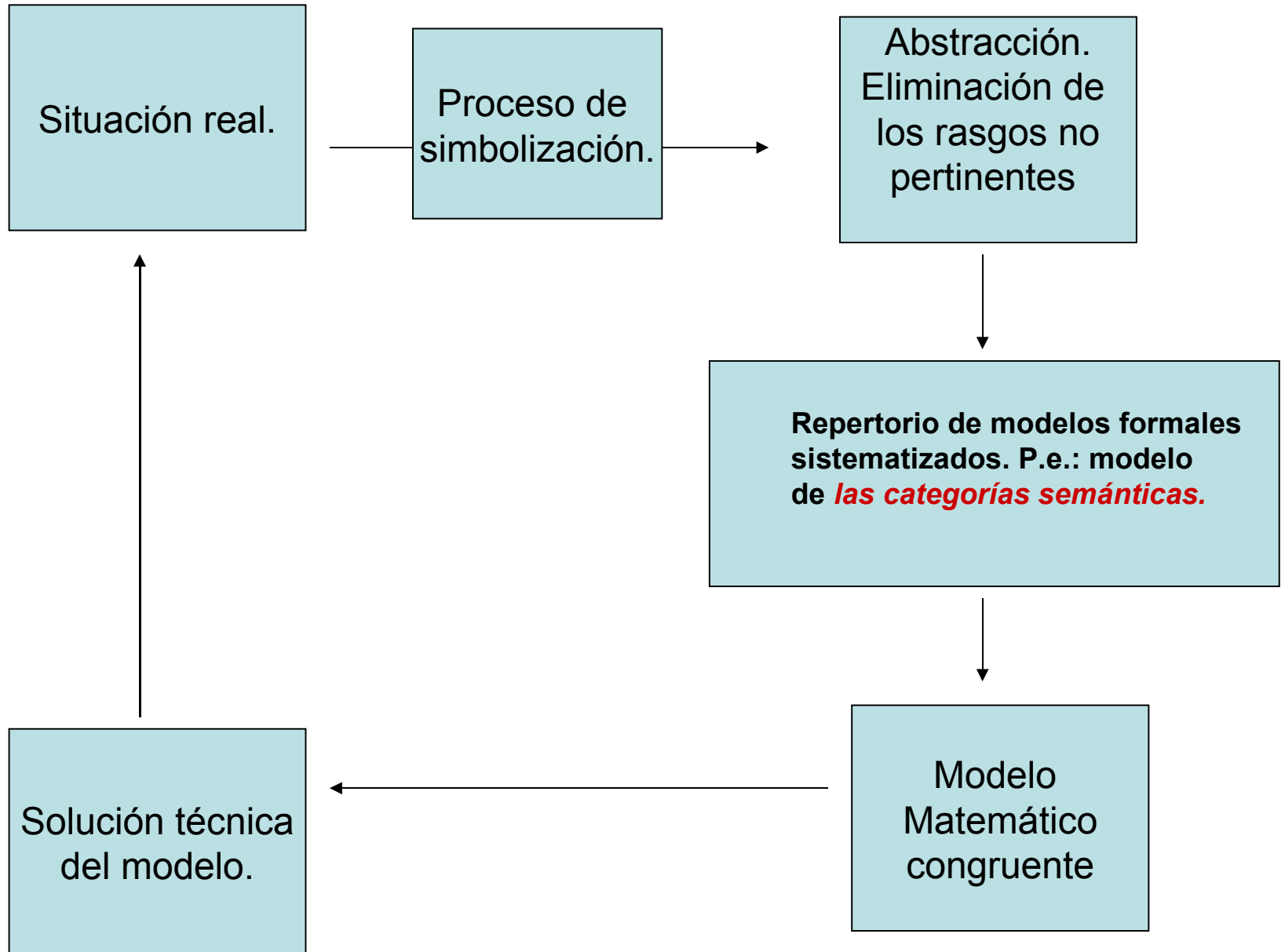
Segunda Parte.

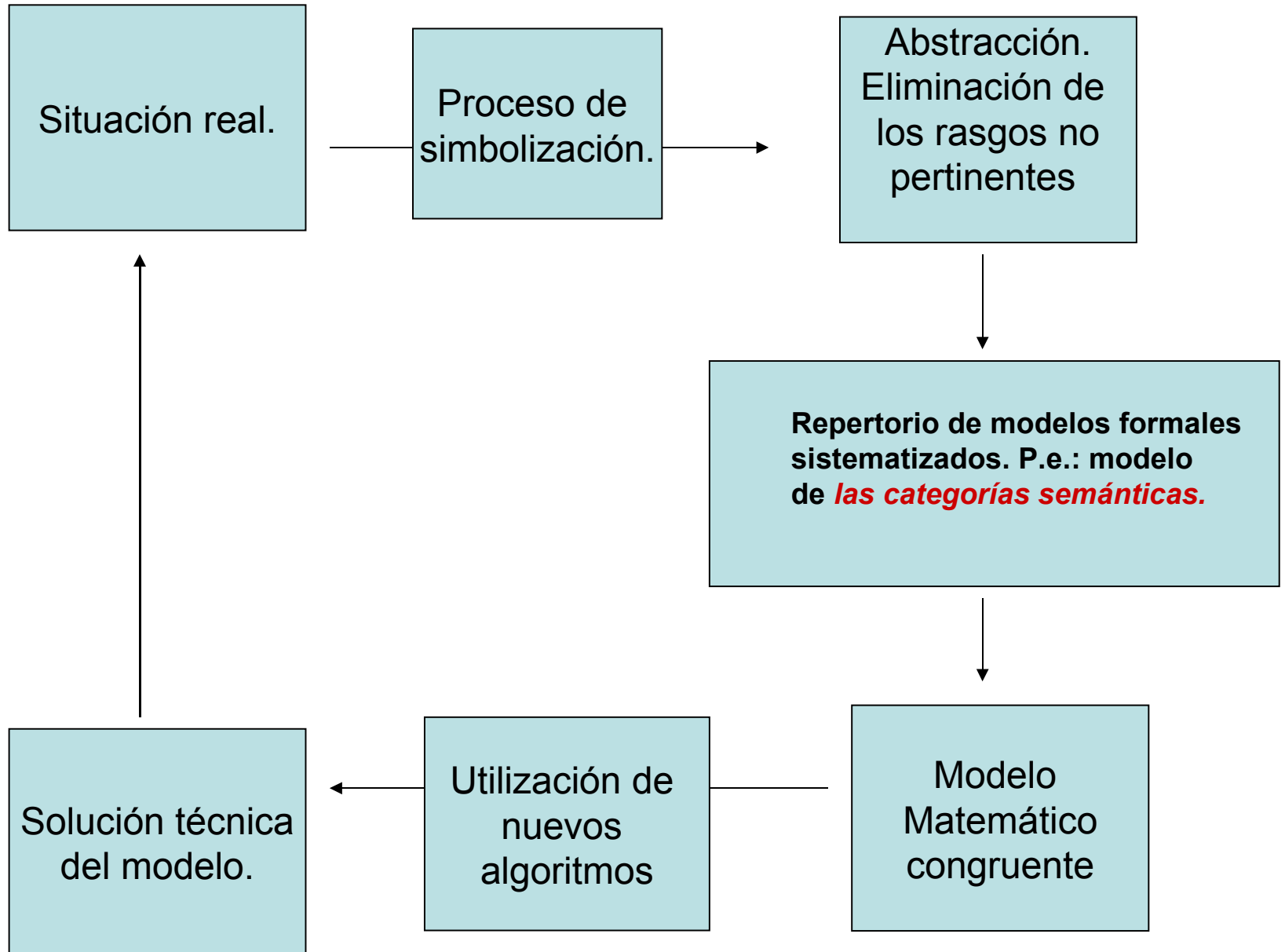
El planteamiento de la cuestión:

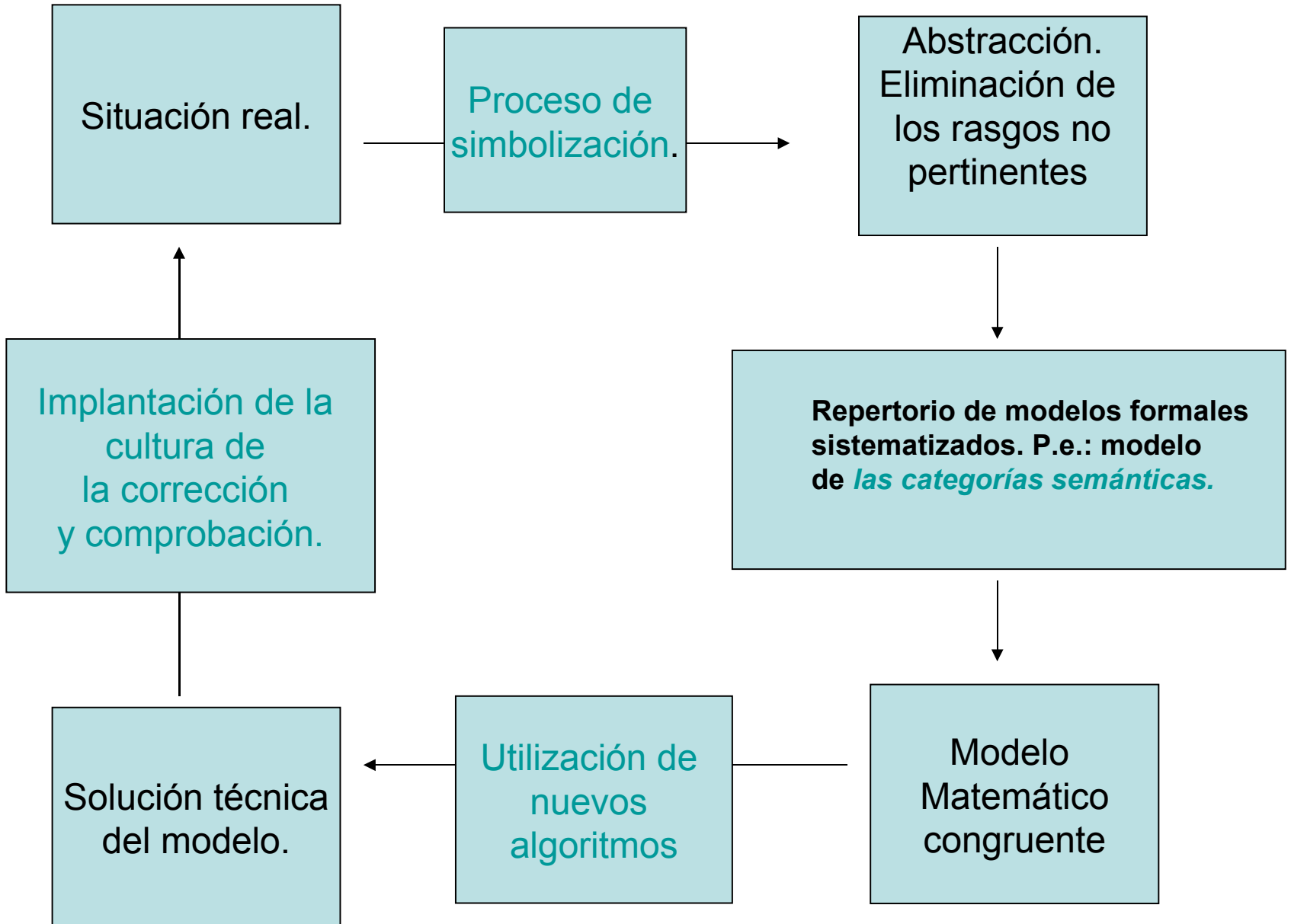
- Procesos de abstracción.
- Modelos nucleares formales.
- El inadvertido problema de los algoritmos.











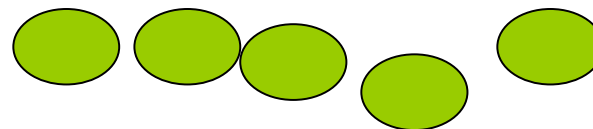
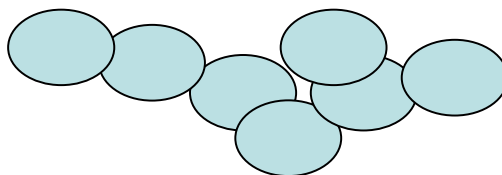
La graduación en las ayudas.

1. Presentación real y dramatizada.
2. Ayudas figurativas.
3. Ayudas simbólicas.
4. Ayudas textuales.
5. Formulación clásica (en diversos contextos).

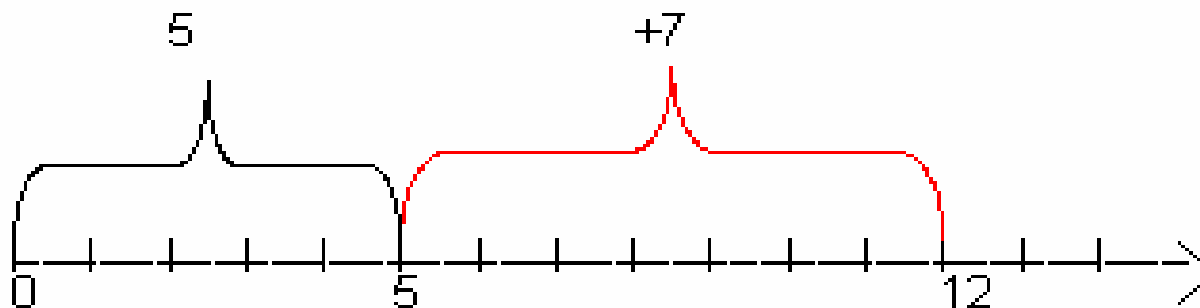
DISTINTAS PRESENTACIONES DE LOS PROBLEMAS.

- *Ejemplo: He visto un payaso con 5 globos en una mano y 7 globos en la otra.
¿Cuántos globos tiene el payaso ?.*

CON FICHAS:

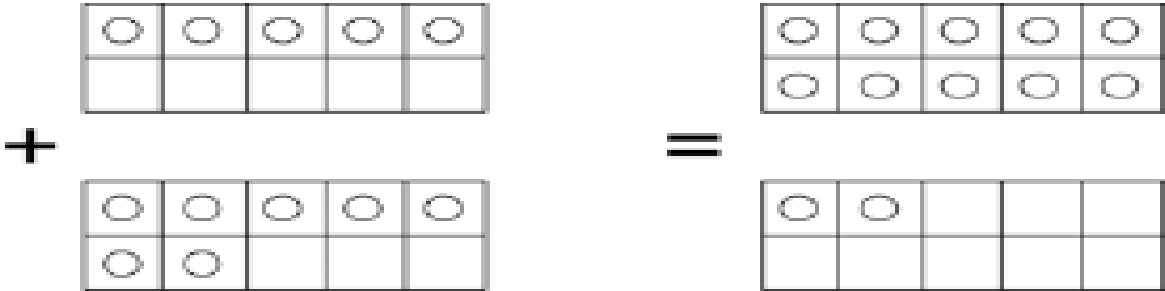


CON CENTICUBOS:

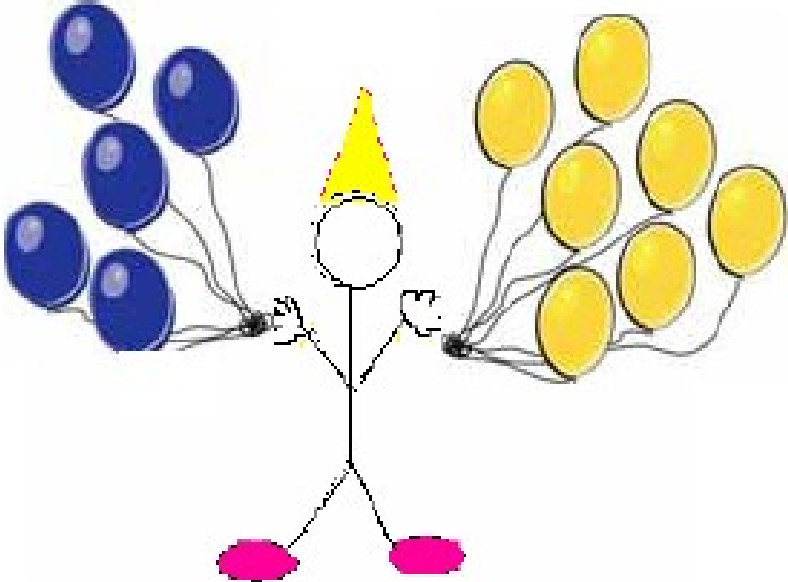


CON LA RECTA NUMÉRICA

CON RECTÁNGULOS DEL 10.



CON UN DIBUJO



Andrés tiene 12 euros, **Juan** tiene 5, ¿Cuántos euros tiene mas **Andrés**?

ANDRÉS



JUAN



Ayudas textuales.

Cambio 3.

NORMAL

- Javier compró 23 cromos. Su abuelo le da unos cuantos más. Ahora tiene 30.
- ¿ Cuántos cromos le dio su abuelo?

REESCRITO

- **Al principio** Javier compró 23 cromos.
- **Después llegó** su abuelo y le da unos cuantos más
- **Al final** Javier tiene 30 cromos.
- ¿Cuántos cromos le dio su abuelo?

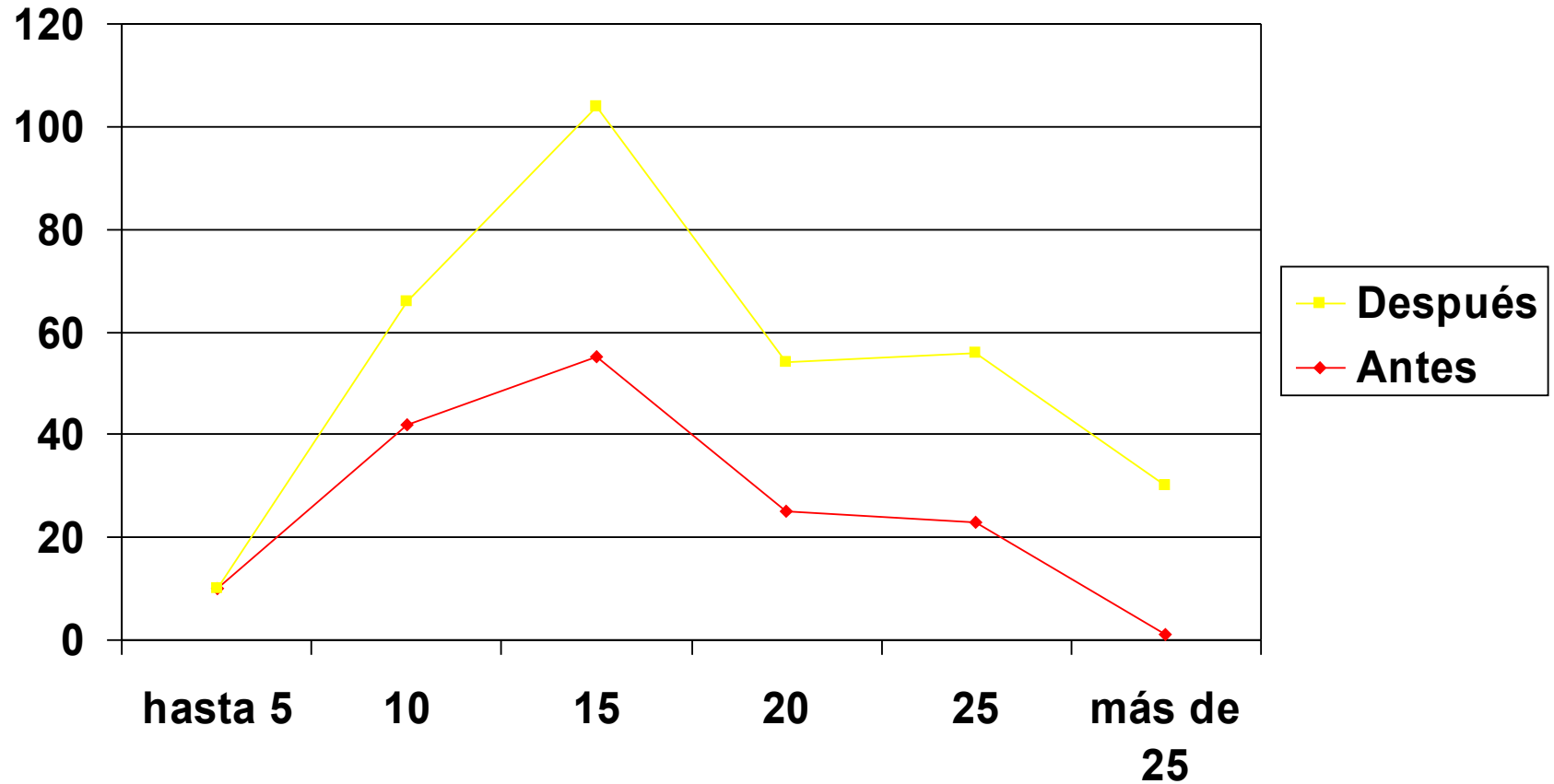
El ámbito de los problemas (I).

- La alternativa del uso de las Categorías Semánticas.
 - Se cubre la gama completa de situaciones que pueden ser modeladas como problemas.
 - Permite el entrenamiento diferenciado conforme a cada uno de los tipos y situaciones que se modelizan.
 - Obliga a que se lleve a cabo una secuenciación de los mismos, que alcanza gran importancia porque facilita:
 - Una reflexión sobre la dificultad de cada problema.
 - Un escalonamiento medido de estas dificultades.
 - Una línea sin saltos ni soluciones de continuidad.
 - Unos retornos precisos de establecer, y cuya superación permite la rápida incorporación del alumno al ritmo normal.

El ámbito de los problemas (II).

- La alternativa del uso de las Categorías Semánticas.
 - Suponen el modelo formal al que se ajustan no sólo los problemas aritméticos, sino también los de medida, decimales, fracciones, geometría y proporcionalidad.

¿ES EFICAZ EL USO DE ESTA METODOLOGÍA?



Categorías semánticas básicas.

Estructuras aditivas.

- Cambio. Transformaciones en más o en menos que sufre una cantidad.
- Combinación. Relación entre las partes y el todo.
- Comparación. Relación existente entre dos cantidades que se comparan
- Igualación. Transformaciones que se efectúan en dos cantidades para hacerlas iguales.

Categoría de Cambio.

- Marcos tiene 5 canicas. Gana 3. ¿Cuántas tiene ahora?
- Marcos tiene 5 canicas. Pierde 3. ¿Cuántas tiene ahora?
- Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 8. ¿Cuántas ha ganado?
- Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 2. ¿Cuántas ha perdido?
- Marcos ha ganado 3 canicas. Ahora tiene 8. ¿Cuántas tenía antes de ganar?
- Marcos ha perdido 3 canicas. Le quedan 2. ¿Cuántas tenía antes de perder?

Categoría de CAMBIO

ID.	MODELO	CI	CA	CF	TP	SN	CG
CA1	Marcos tiene 5 canicas. Gana 3. ¿Cuántas tiene ahora?	5	3	?	+	+	sí
CA2	Marcos tiene 5 canicas. Pierde 3. ¿Cuántas le quedan?	5	3	?	-	-	sí
CA3	Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 8. ¿Cuántas ha ganado?	5	?	8	-	+	no
CA4	Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar le quedan 2. ¿Cuántas ha perdido?	5	?	2	-	-	sí
CA5	Marcos ha ganado 3 canicas. Ahora tiene 8. ¿Cuántas tenía antes de empezar a jugar?	?	3	8	-	+	no
CA6	Marcos ha perdido 3 canicas. Ahora tiene 2. ¿Cuántas tenía antes de empezar a jugar?	?	3	2	+	-	no

Categoría de Cambio.

Secuenciación.

- Marcos tiene 5 canicas. Gana 3. ¿Cuántas tiene ahora?
- Marcos tiene 5 canicas. Pierde 3. ¿Cuántas tiene ahora?
- Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 2. ¿Cuántas ha perdido?
- Marcos ha perdido 3 canicas. Le quedan 2. ¿Cuántas tenía antes de perder?
- Marcos ha ganado 3 canicas. Ahora tiene 8. ¿Cuántas tenía antes de ganar?
- Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 8. ¿Cuántas ha ganado?

Categoría de COMBINACIÓN.

ID.	MODELO	PT1	PT2	TOT	TP	SN	CG
CO1	Tengo 3 caramelos de menta y 4 de fresa. ¿Cuántos caramelos tengo en total?	3	4	?	+	+	sí
CO2	Tengo 7 caramelos. 3 son de fresa, y los demás de menta. ¿Cuántos tengo de menta?	3	?	7	-	=	=

Categoría de Comparación.

- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros menos tiene Raquel?
- Raquel tiene 5 €. Marcos tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Marcos tiene 8 €, y tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Raquel tiene 5 €, y tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?

Categoría de COMPARACIÓN

ID.	MODELO	CC	RF	DF	TP	SN	CG
CM1	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más tiene Marcos?	8	5	?	-	+	no
CM2	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros menos tiene Raquel?	5	8	?	-	-	sí
AM3	Raquel tiene 5 €. Marcos tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos € tiene Marcos?	?	5	3	+	+	Sí
CM4	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 3€ menos que Marcos. ¿Cuántos € tiene Raquel?	?	8	3	-	-	sí
CM5	Marcos tiene 8€, y tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos € tiene Raquel?	8	?	3	-	+	no
CM6	Raquel tiene 5 €, y tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos € tiene Marcos?	5	?	3	+	-	no

Categoría de Comparación. Secuenciación.

- Raquel tiene 5 €. Marcos tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros menos tiene Raquel?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €, y tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Raquel tiene 5 €, y tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?

Categoría de IGUALACIÓN.

- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más necesita Raquel para tener los mismos que Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros debe perder Marcos para que le queden los mismos que a Raquel?
- Marcos tiene 8 €. Si a Raquel le dieran 3 € más tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Raquel tiene 5 €. Si Marcos perdiera 3 € tendría el mismo dinero que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?
- Raquel tiene 5 €. Si le dieran 3, tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Si perdiera 3, tendría los mismos que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?

Categoría de IGUALACIÓN

ID.	MODELO	CI	RF	DF	TP	SN	CG
IG1	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más necesita Raquel para tener los mismos que Marcos?	5	8	?	-	+	no
IG2	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros tiene que perder Marcos para tener los mismos que Raquel?	8	5	?	-	-	sí
IG3	Marcos tiene 8 €. Si a Raquel le dieran 3 € más, tendría los mismos que Marcos. ¿Cuánto dinero tiene Raquel?	?	8	3	-	+	no
IG4	Raquel tiene 5 €. Si Marcos perdiera 3 €, le quedarían los mismos que a Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?	?	5	3	+	-	no
IG5	Raquel tiene 5 €. Si le dieran 3, tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?	5	?	3	+	+	sí
IG6	Marcos tiene 8 €. Si perdiera 3, tendría los mismos que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?	8	?	3	-	-	sí

Categoría de IGUALACIÓN.

Secuenciación.

- Raquel tiene 5 €. Si le dieran 3, tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Si perdiera 3, tendría los mismos que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más necesita Raquel para tener los mismos que Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros debe perder Marcos para que le queden los mismos que a Raquel?
- Marcos tiene 8 €. Si a Raquel le dieran 3 € más tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Raquel tiene 5 €. Si Marcos perdiera 3 € tendría el mismo dinero que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?

Categorías semánticas básicas.

Estructuras multiplicativas

- Isomorfismo de medidas. Los datos del problema tienen la misma naturaleza.
 - El producto es de la misma naturaleza que el multiplicando.
 - El producto es de distinta naturaleza que el multiplicando.
- Escalares grandes y pequeños. Uno de los datos representa una relación comparativa.
- Producto cartesiano. Multiplicación geométrica.

Isomorfismo de medidas.

- Un bar arroja cada día 12 botellas al contenedor. ¿Cuántas arroja en 8 días?
- Un bar ha arrojado 96 botellas al contenedor en 8 días. ¿Cuántas arroja cada día?
- Un bar ha arrojado 96 botellas al contenedor. Cada día tira 12. ¿En cuántos días ha arrojado las 96 botellas?

Isomorfismo de medidas.

ID.	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
IM1	Un bar arroja cada día 12 botellas al contenedor. ¿Cuántas arroja en 8 días?	12	8	?	MD	M
IM2	Un bar ha arrojado 96 botellas al contenedor en 8 días. ¿Cuántas arroja cada día?	?	8	96	MN	P
IM3	Un bar ha arrojado 96 botellas al contenedor. Cada día tira 12. ¿En cuántos días ha arrojado las 96 botellas?	12	?	96	DN	C

Isomorfismo de medidas.

ID.	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
IM1	¿Cuánto cuestan 12 libros a 8 € cada uno?	12	8	?	DN	M
IM2	He pagado 96 € por 12 libros. ¿Cuánto cuesta cada uno?	12	?	96	MN	P
IM3	He comprado libros, al mismo precio, por 96 €. Cada libro me ha costado 8 €. ¿Cuántos he comprado?	?	8	96	DN	C

Escalares grandes.

- Luis tiene 12 €. Irene tiene 5 veces más dinero. ¿Cuánto dinero tiene Irene?
- Irene tiene 60 €, que es 5 veces más que lo que tiene Luis. ¿Cuánto dinero tiene Luis?
- Irene tiene 60 €. Luis tiene 12 €. ¿Cuántas veces más dinero tiene Irene que Luis?

Escalares Grandes.

ID.	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
EG1	Luis tiene 12 €. Irene tiene 5 veces más dinero. ¿Cuánto dinero tiene Irene?	12	5	?	MN	M
EG2	Irene tiene 60 €, que es 5 veces más que lo que tiene Luis. ¿Cuánto dinero tiene Luis?	?	5	60	MN	P
EG3	Irene tiene 60 €. Luis tiene 12 €. ¿Cuántas veces más dinero tiene Irene que Luis?	12	?	96	DN	C

Escalares pequeños.

- Luis tiene 12 €, y tiene 5 veces menos dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Irene?
- Irene tiene 60 €, y Luis tiene 5 veces menos dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Luis?
- Irene tiene 60 €. Luis tiene 12 €. ¿Cuántas veces menos dinero tiene Luis?

Escalares Pequeños.

ID.	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
EP1	Luis tiene 12 €, y tiene 5 veces menos dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Irene?	12	5	?	MN	M
EP2	Irene tiene 60 €, y Luis tiene 5 veces menos dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Luis?	?	5	60	MN	P
EP3	Irene tiene 60 €. Luis tiene 12 €. ¿Cuántas veces menos dinero tiene Luis?	12	?	60	DN	C

Producto cartesiano.

- Andrea tiene 4 faldas y 3 blusas. ¿De cuántas maneras diferentes se puede vestir con esas prendas?
- Andrea puede combinar sus faldas y blusas de 12 maneras distintas. Si tiene 4 faldas, ¿cuántas blusas tendrá?

Producto Cartesiano.

ID.	MODELO	C1	C2	PC	NR	TIP
PC1	Andrea tiene 4 faldas y 3 blusas. ¿De cuántas maneras diferentes se puede vestir con esas prendas?	4	3	?	DN	M
PC2	Andrea puede combinar sus faldas y blusas de 12 maneras distintas. Si tiene 4 faldas, ¿cuántas blusas tendrá?	4	?	12	DN	D

Consejos para los problemas de una operación.

- ¿Comprende el alumno el problema? Plántesele con números muy pequeños.
- Sistematice los contextos en que se presentan las situaciones: personales, escolares, de ocio, de ámbito local y de ámbito social general.
- Plantee muchos problemas orales, en los que la solución sea encontrar la operación adecuada.
- Entrene a los alumnos en las situaciones que no conozcan. Dramatice si es preciso.
- Si no entienden el enunciado, explíqueselo. El tiempo de resolución de problemas no se puede convertir en una prueba de comprensión escrita.
- Actúe con parsimonia: pregunta al final del texto; presentación de los datos en el orden de las operaciones, no introducir datos superfluos. Varíe los elementos cuando tengan bien asentados los conocimientos más básicos.

Secuenciación de Problemas de una operación.

- **PRIMER CICLO:** CA1, CA2, CA6, CO1, CM2, CM3, CM4, IG2, IG5, IG6.
- **SEGUNDO CICLO:** CA3, CA4, CA5, CO2, CM1, CM5, IG1, IG3, IM1, IM2, IM3, EG1.
- **TERCER CICLO:** CM6, IG4, EG2, EG3, EP1, EP2, EP3, PC1, PC2.

SECUENCIA DE PROBLEMAS. ESTRUCTURAS ADITIVAS

CATEGORÍA DE CAMBIO					
CA1	CA2	CA3	CA4	CA5	CA6
1°	1°	2°	2°	2°	1°
CATEGORÍA DE COMBINACIÓN					
COMBINACIÓN 1			COMBINACIÓN 2		
1°			2°		
CATEGORÍA DE COMPARACIÓN					
CM1	CM2	COM3	CM4	CM5	CM6
2°	1°	1°	1°	2°	3°
CATEGORÍA DE IGUALACIÓN					
IG1	IG2	IG3	IG4	IG5	IG6
2°	1°	2°	3°	1°	1°

SECUENCIA DE PROBLEMAS. ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS

CATEGORÍA DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS		
IM1	IM2	IM3
TODOS EN EL SEGUNDO CICLO		
CATEGORÍA ESCALARES GRANDES		
EG1	EG2	EG3
2°	3°	3°
CATEGORÍA DE ESCALARES PEQUEÑOS		
EP1	EP2	EP3
TODOS EN EL TERCER CICLO		
CATEGORÍA DE PRODUCTO CARTESIANO		
PC1	PC2	
TODOS EN EL TERCER CICLO		

LAS DIFICULTADES DE LOS PROBLEMAS DE DOS O MÁS OPERACIONES.

- Se deben saber resolver los P1E que forman el P2E.
- Aumenta el número de datos respecto a los que han manejado hasta ahora.
- Hay que elegir datos de entre los que se ofrecen, y dejar los demás para posteriores operaciones.
- Hay que producir datos nuevos, que se deben engarzar con los que habían quedado sin utilizar.
- Hay que elegir, en definitiva, el orden de entrada de los datos y el orden de sucesión de las operaciones.

¿Cuándo sabe un alumno resolver un problema de dos o más operaciones?

- Debe saber resolver los dos P1E que componen el problema.
- Debe saber integrar las dos situaciones que componen el P2E en una sola y con significado propio. De lo contrario, no entenderá el problema.
- Debe saber analizar y separar los dos P1E. Si no lo sabe hacer, no será capaz de establecer el orden en que debe acometer las operaciones.
- Debe saber entender la naturaleza de la incógnita oculta, que es lo que define el grado de dificultad del problema.

Debe saber integrar las dos situaciones en una sola, con sentido propio y distinto.

Haz un único problema con los dos siguientes:

Andrés tiene 105 €. Su padre le da 15 € más. ¿Cuánto dinero reúne?

Andrés tiene 130€. Con ese dinero se compra el uniforme de su equipo, que le cuesta 110 €. ¿Cuánto dinero le sobra?

Andrés tiene 105 €. Su padre le da 15 € más. Con ese dinero se compra el uniforme de su equipo, que le cuesta 110 €. ¿Cuánto dinero le sobra?

Debe saber separar los dos P1E, para poder establecer el orden en que tiene que afrontar las operaciones.

Haz dos problemas diferentes a partir del que sigue:

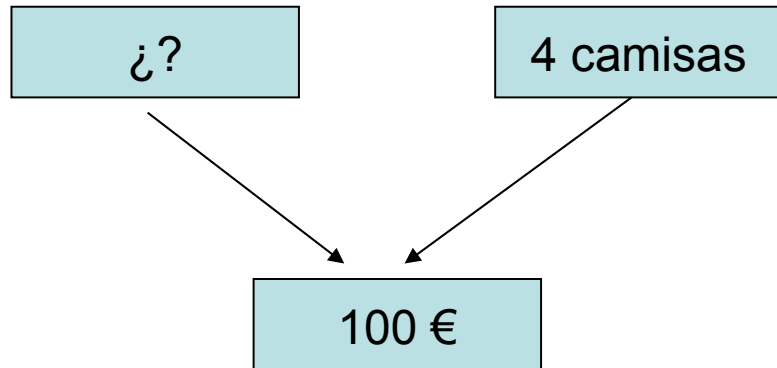
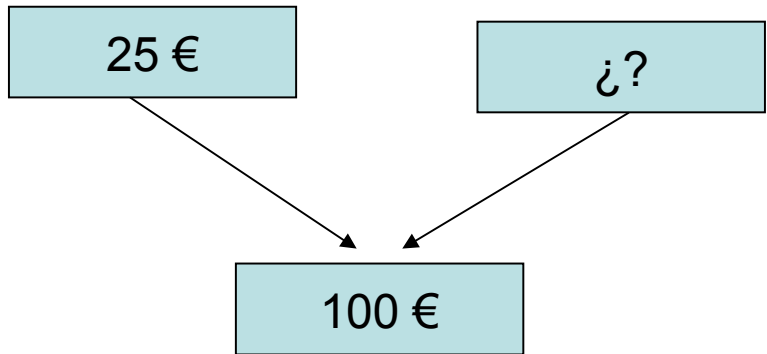
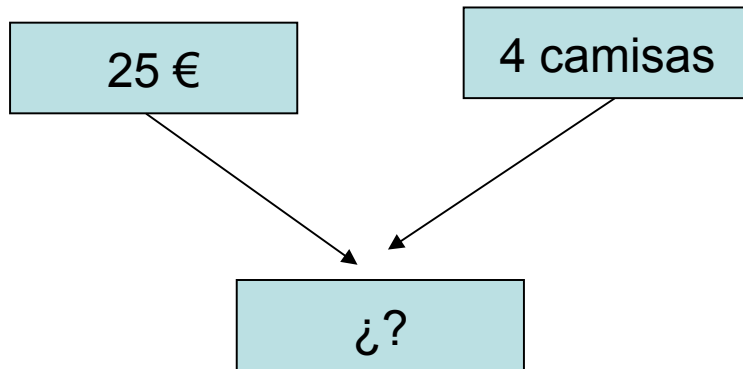
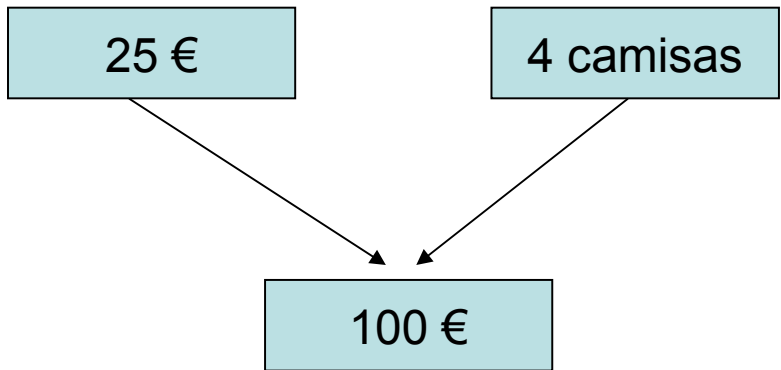
Mi padre me da 3 €. Mi tía me da 5 €. La entrada del cine me cuesta 4 €. ¿Cuánto dinero me sobra?

Mi padre me da 3 €. Mi tía me da 5 €. ¿Cuánto dinero reúno?

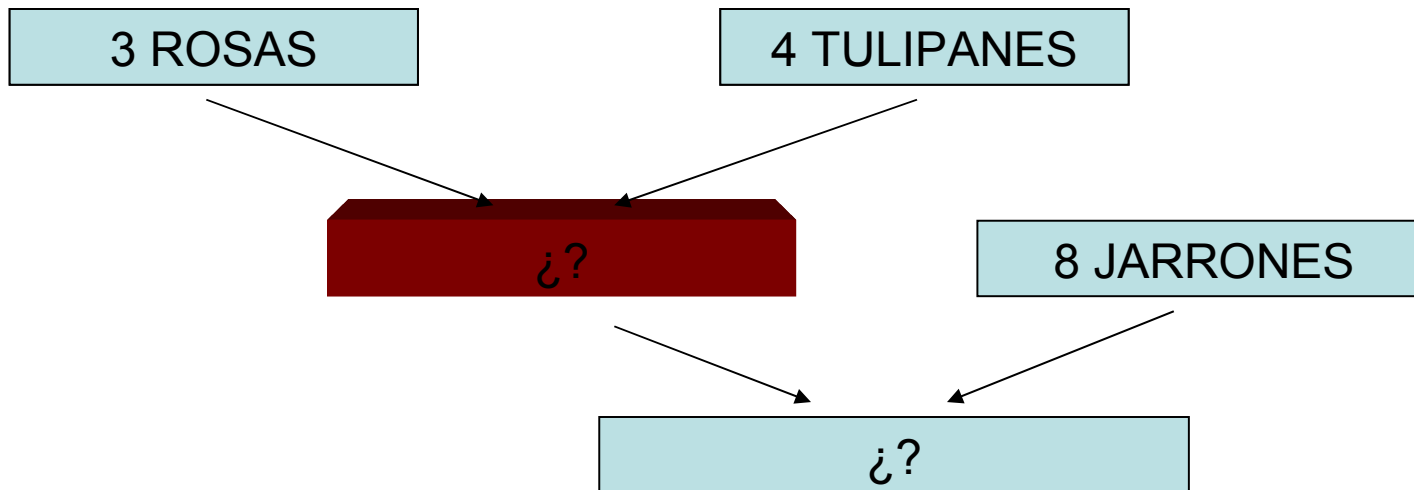
He juntado 8 €. La entrada del cine me cuesta 4 €
¿Cuánto dinero me sobra?

¡ATENCIÓN! LA INCÓGNITA OCULTA

- La dificultad de un problema de dos operaciones depende en gran medida de cómo se relacione el dato que es la solución del primer problema con el segundo problema.
- Sólo hay tres posibilidades o categorías:
 1. Jerárquica.
 2. Compartir el todo.
 3. Compartir la parte.



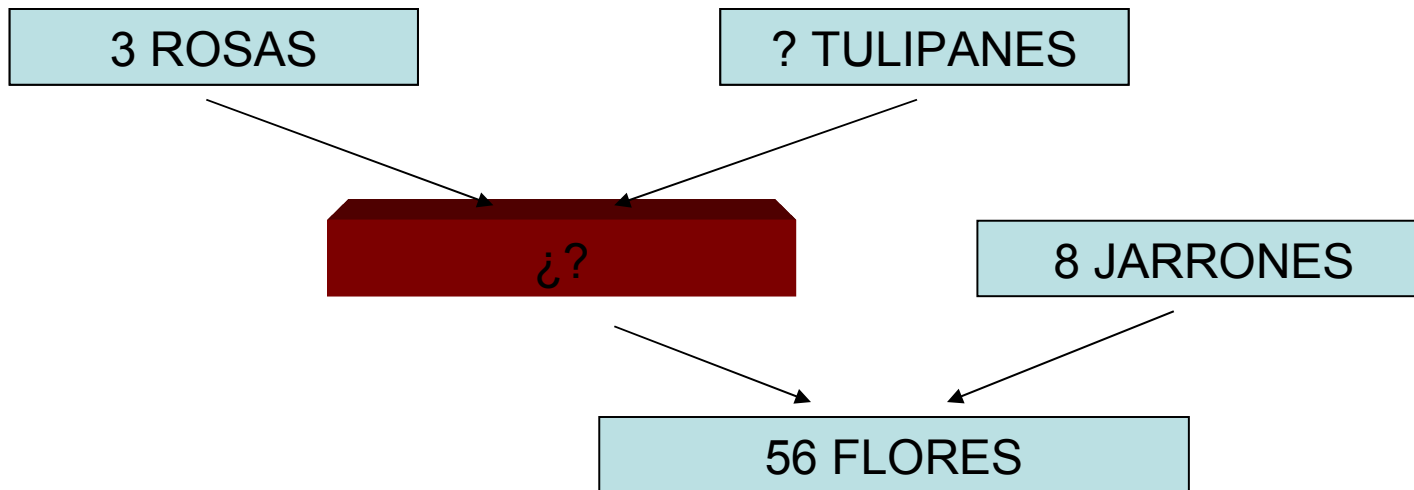
En un jarrón se ponen 3 rosas y 4 tulipanes. En total se llenan 8 jarrones. ¿Cuántas flores se necesitan?



ESTRUCTURA JERÁRQUICA: $3 + 4 = 7$; $7 \times 8 = 56$.

ESTRUCTURA REAL: $3 + 4 = 7$; $7 \times 8 = 56$.

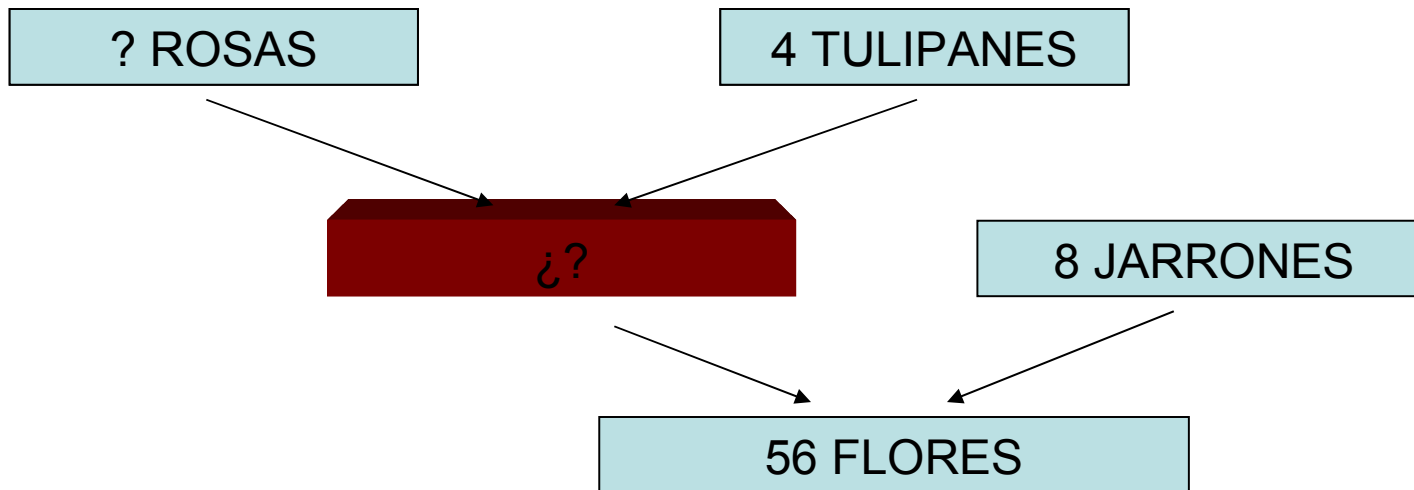
En un jarrón se ponen 3 rosas y tulipanes. En total se llenan 8 jarrones. Si se utilizan 56 flores, ¿cuántos tulipanes se necesitan?



Estructura jerárquica: $3 + 4 = 7$; $7 \times 8 = 56$.

Estructura real: $56 : 8 = 7$; $7 - 3 = 4$

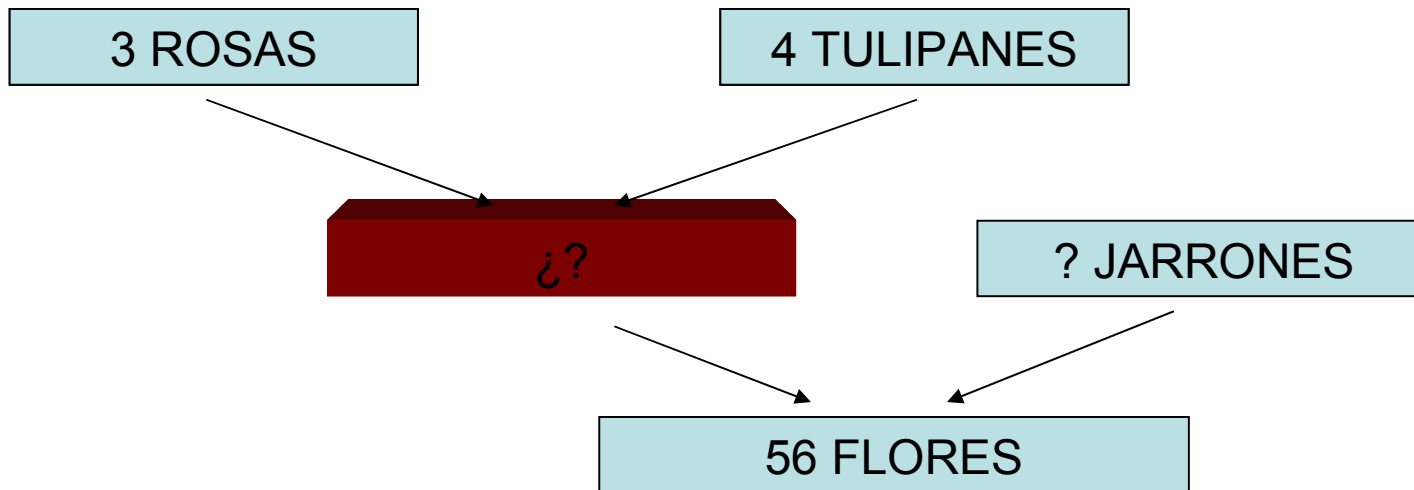
En un jarrón se ponen rosas y 4 tulipanes. En total se llenan 8 jarrones. Si se utilizan 56 flores, ¿cuántas rosas se necesitan?



Estructura jerárquica: $3 + 4 = 7$; $7 \times 8 = 56$.

Estructura real: $56 : 8 = 7$; $7 - 4 = 3$.

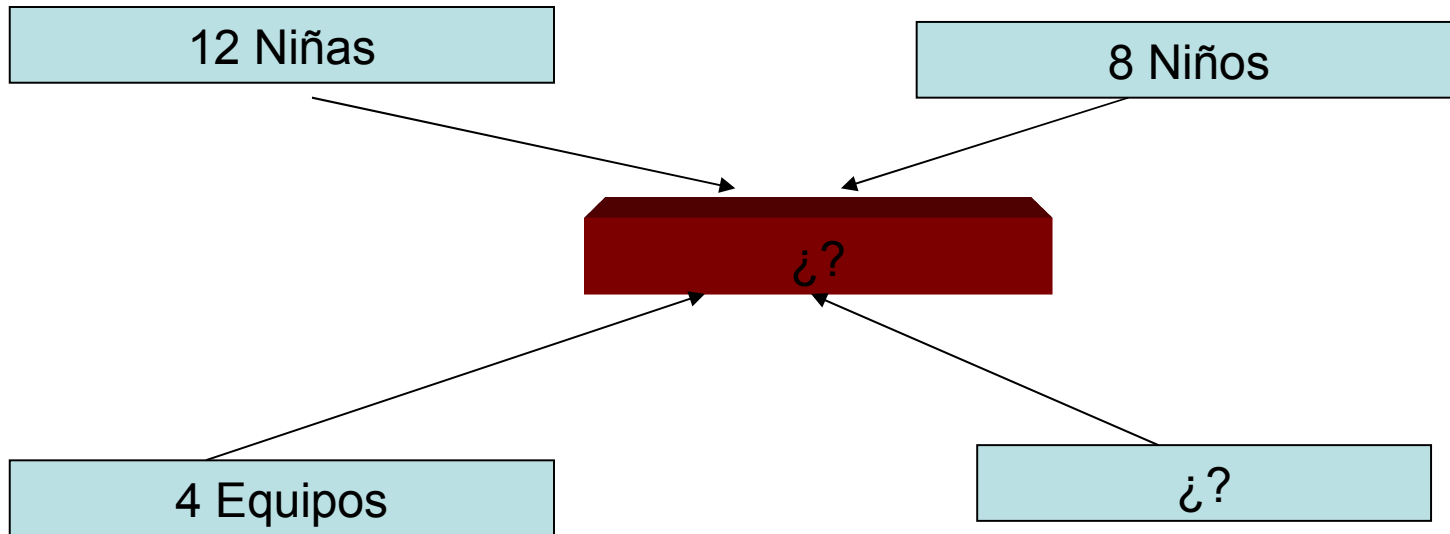
En un jarrón se ponen 3 rosas y 4 tulipanes. Si se utilizan 56 flores, ¿cuántos jarrones se necesitan?



Estructura jerárquica: $3 + 4 = 7$; $7 \times 8 = 56$.

Estructura real: $4 + 3 = 7$; $56 : 7 = 8$.

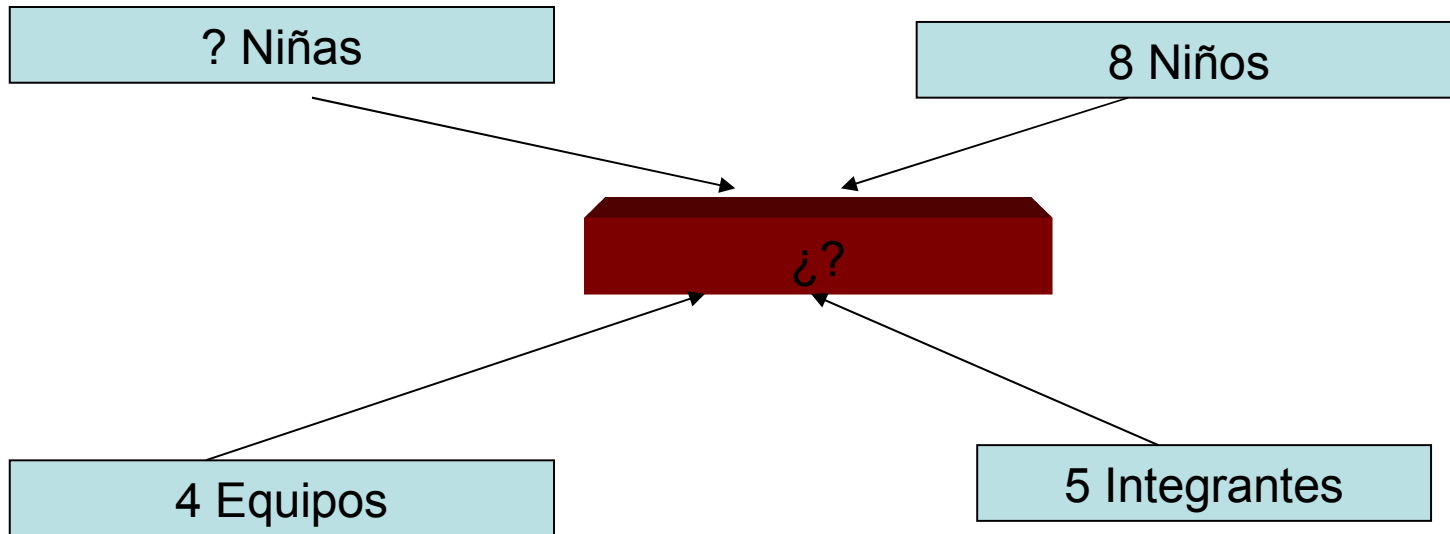
En mi aula somos 12 niñas y 8 niños. Formamos 4 equipos, que tienen todos el mismo número de integrantes. ¿Cuántos alumnos hay en cada equipo?



Estructura compartida: $12 + 8 = 20$. $5 \times 4 = 20$.

Estructura real: $12 + 8 = 20$. $20 : 4 = 5$.

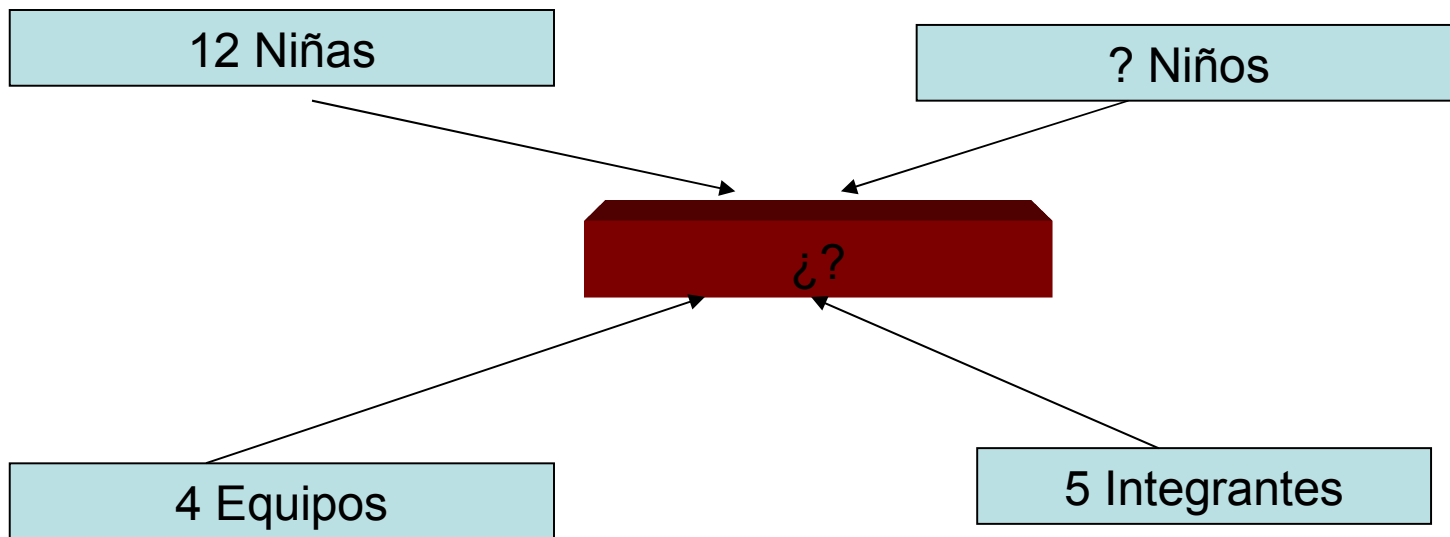
En mi aula somos 8 niños y varias niñas. Formamos 4 equipos, que tienen todos 5 integrantes. ¿Cuántas niñas hay en mi aula?



Estructura compartida: $12 + 8 = 20$. $5 \times 4 = 20$.

Estructura real: $5 \times 4 = 20$; $20 - 12 = 8$

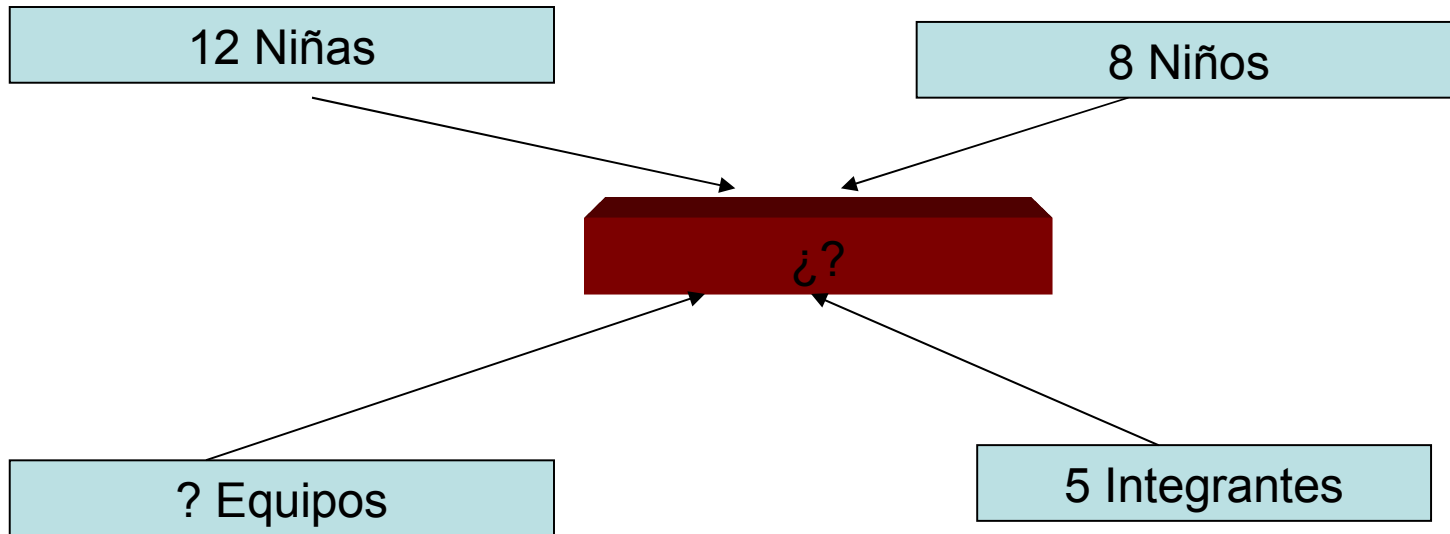
En mi aula somos 12 niñas y varios niños. Formamos 4 equipos, que tienen todos 5 integrantes. ¿Cuántos niños hay en mi aula?



Estructura compartida: $12 + 8 = 20$. $5 \times 4 = 20$.

Estructura real: $5 \times 4 = 20$; $20 - 8 = 12$.

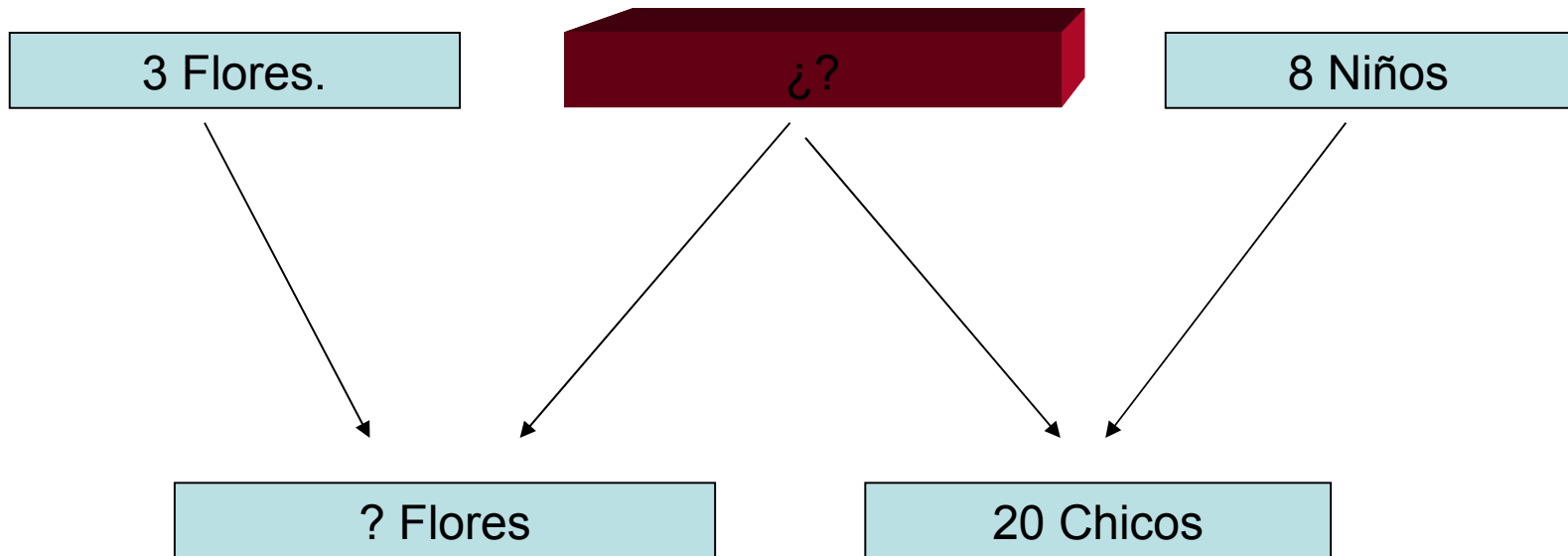
En mi aula somos 12 niñas y 8 niños. Formamos equipos, que tienen todos 5 integrantes. ¿Cuántos equipos formamos?



Estructura compartida: $12 + 8 = 20$. $5 \times 4 = 20$.

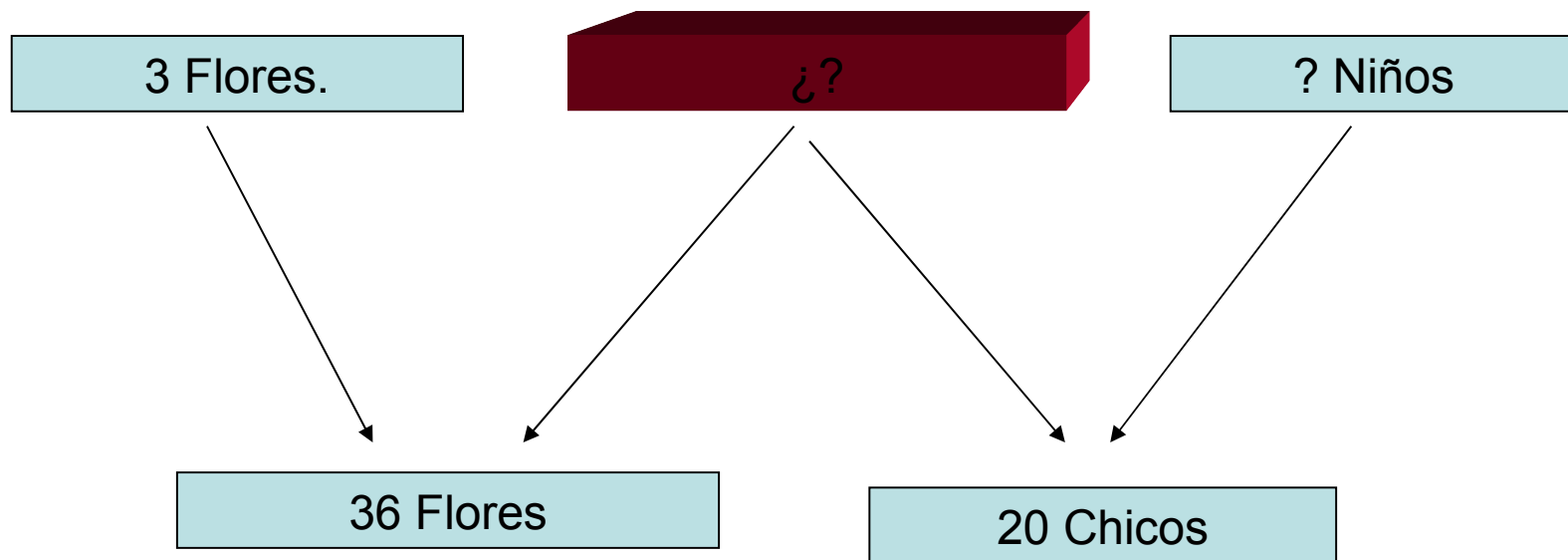
Estructura real: $12 + 8 = 20$; $20 : 5 = 4$.

A un cumpleaños asisten 20 chicos. De ellos, 8 eran niños y las demás niñas. A cada una de ellas les reparten 3 flores. ¿Cuántas flores han repartido?



Estructura compartida: $12 + 8 = 20$; $12 \times 3 = 36$.
Estructura real: $20 - 8 = 12$; $12 \times 3 = 36$.

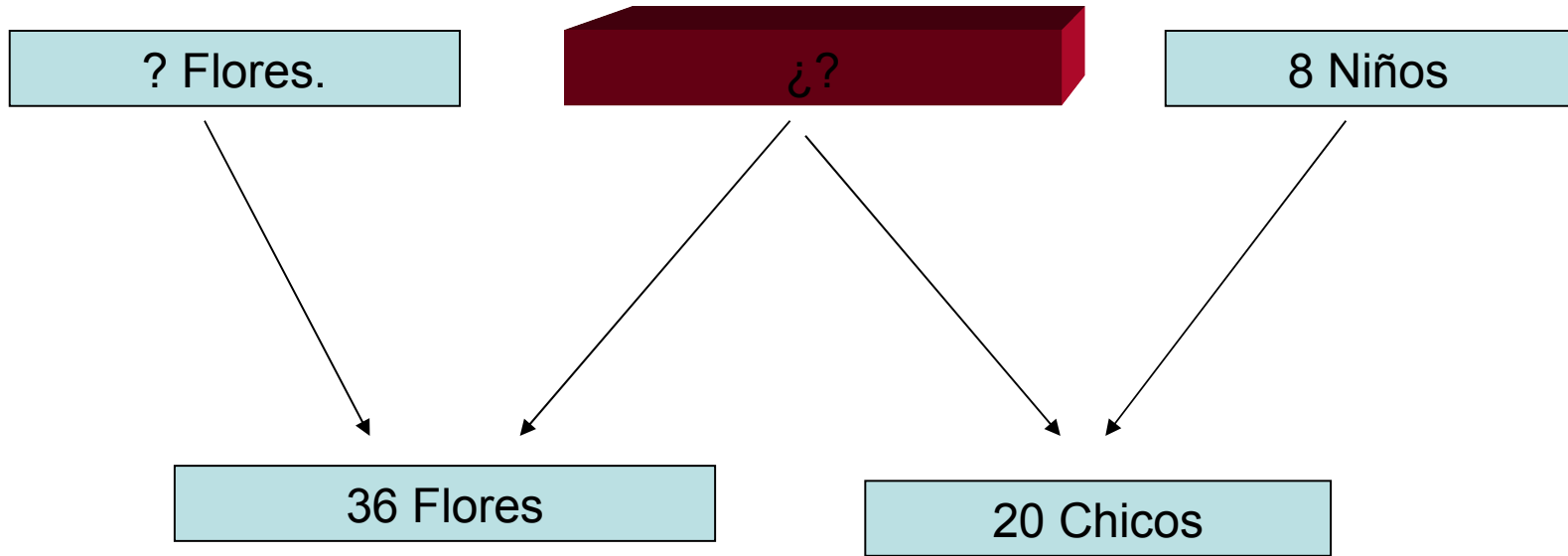
A un cumpleaños asisten 20 chicos y chicas. A cada una de las chicas le dan 3 flores. Si han entregado 36 flores, ¿Cuántos niños fueron a la fiesta?



Estructura compartida: $12 + 8 = 20$; $12 \times 3 = 36$.

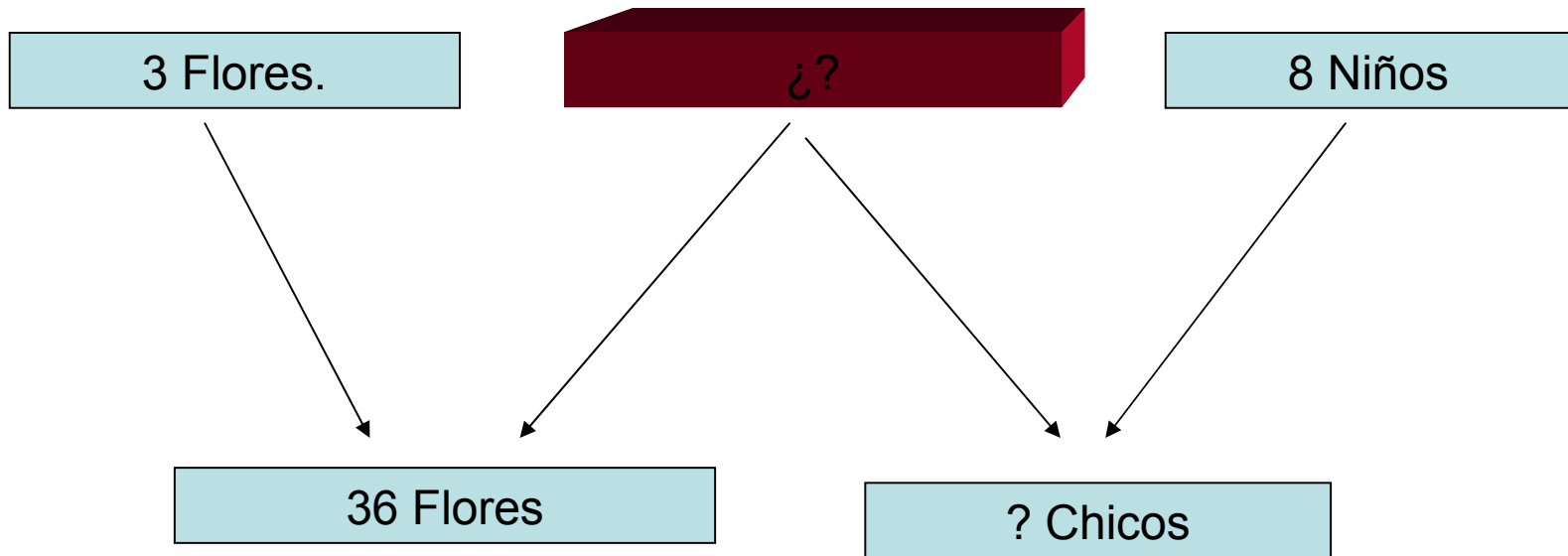
Estructura real: $36 : 3 = 12$; $20 - 12 = 8$.

A un cumpleaños asisten 20 chicos, 8 niños y varias niñas. A las niñas les han repartido 36 flores, ¿Cuántas flores les dieron a cada niña?



Estructura compartida: $12 + 8 = 20$; $12 \times 3 = 36$.
Estructura real: $20 - 8 = 12$; $36 : 12 = 3$.

A un cumpleaños asisten 8 niños y varias niñas. A las niñas les han repartido 36 flores, dándole a cada una 3. ¿Cuántos chicos – niños y niñas- asistieron a la fiesta?



Estructura compartida: $12 + 8 = 20$; $12 \times 3 = 36$.

Estructura real: $36 : 3 = 12$; $12 + 8 = 20$.

LA INICIACIÓN EN LAS OPERACIONES. SUMA Y RESTA.

- Las “cuentas” tienen parte de responsabilidad en los bajos resultados obtenidos por los alumnos en la resolución de problemas.
- Se deben aprender “cuentas”, pero:
 - con más sentido, sabiendo lo que se hace;
 - con menos automatismo, dando más libertad de acción a los alumnos;
 - que se puedan resolver por procedimientos que permitan la adaptación a los ritmos individuales de los alumnos;
 - que comprendan modelos básicos, no extensivos;
 - que las destrezas básicas para su resolución, incluidas las tablas, estén basadas en el dominio de la numeración;
 - que tengan un gran componente de cálculo mental;
 - que su aprendizaje se complemente con el uso inteligente de la calculadora.

Las alternativas a las cuentas. Sus características.

- La disposición es vertical, y es trascendente el modo de colocación de los números. De tal modo es así, que una inadecuada colocación invalida todos los cálculos que se efectúen.
- Presenta una disposición mixta, en la que la colocación de los números no tiene ninguna influencia en el posterior desarrollo de los cálculos que se efectúen.

Las alternativas a las cuentas. Sus características.

- Se opera fragmentando cifra a cifra el número representado en cada sumando, siguiendo el orden de unidades. No importa que el alumno no comprenda ese número ni sea capaz de hacerse una idea sobre su magnitud.
- El alumno tiene libertad para fragmentar el número de una manera o de otra. Es muy importante que el alumno tenga una adecuada comprensión de este número, por lo que los cálculos con números que el niño no entiende son completamente inadecuados.

Las alternativas a las cuentas. Sus características.

- Se comienza a operar siempre por la derecha, comenzando por el orden de unidades (salvo en la división).
- El alumno tiene libertad para comenzar por donde quiera. Normalmente comienza por el orden o lugar que mejor le venga para realizar el cálculo.

Las alternativas a las cuentas. Sus características.

- Los cálculos se realizan orden a orden de unidades, de una sola vez para cada orden. Ni se puede fragmentar un mismo orden de unidades ni se pueden juntar dos órdenes distintos.
- Los cálculos no tienen que realizarse orden a orden ni de una sola vez. El alumno puede, por ejemplo, sumar un determinado orden de unidades en más de un paso, y puede reunir en un mismo paso cálculos que abarquen más de un orden de unidades.

Las alternativas a las cuentas. Sus características.

- El resultado se obtiene al final. Mientras se está trabajando en él, el resultado parcial que se va formando carece por completo de sentido.
- El resultado también se obtiene al final del proceso, pero los resultados parciales están llenos de significado y sirven de guía para que el alumno llegue al resultado final.

ALGORITMO BASADO EN NÚMEROS (ABN).

LA RESTA O SUSTRACCIÓN.

7	0	0
1	5	6

7

0




0

1

5

6

7	0	 0
1	5	6
		4

7

0



0

1

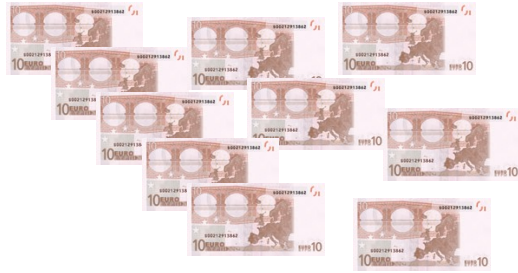


5

6

4

7



0



0

1

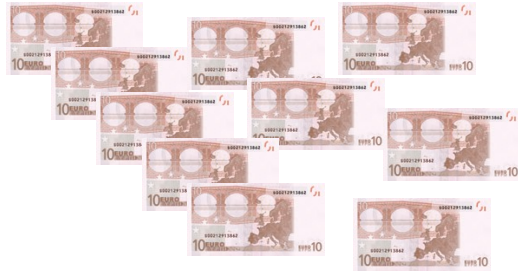


5

6

4

7



0



0

1



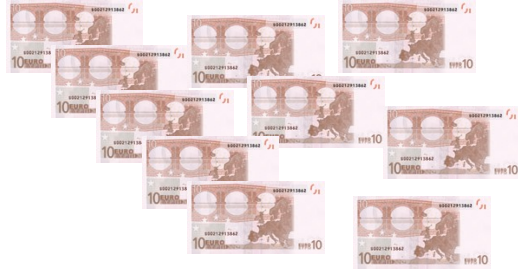
5

6

4

4

7



0



0



1



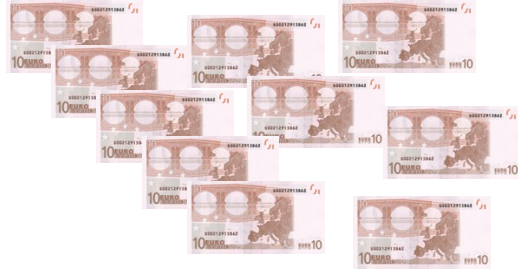
5

6

5

4

7



0



0



1



5

6

5

5

4

OPERACIÓN PROPUESTA

	7	0	0
-	1	5	6
	5	4	4
	8	1	0
-	2	6	6
	5	4	4

OPERACIÓN REALIZADA

LA SUSTRACCIÓN. SUS TRAMPAS.

	700	-	564

	700	-	564

	7	0	0
-	5	6	4
	7	0	10
-	5	7	4
	7	10	10
-	6	7	4
	1	3	6

LA SUSTRACCIÓN. SUS TRAMPAS.

	700	-	564
4	696		560

	700	-	564

	7	0	0
-	5	6	4
	7	0	10
-	5	7	4
	7	10	10
-	6	7	4
	1	3	6

LA SUSTRACCIÓN. SUS TRAMPAS.

	700	-	564
4	696		560
60	636		500

	700	-	564

	7	0	0
-	5	6	4
	7	0	10
-	5	7	4
	7	10	10
-	6	7	4
	1	3	6

LA SUSTRACCIÓN. SUS TRAMPAS.

	700	-	564
4	696		560
60	636		500
500	136		0

	700	-	564

	7	0	0
-	5	6	4
	7	0	10
-	5	7	4
	7	10	10
-	6	7	4
	1	3	6

LA SUSTRACCIÓN. SUS TRAMPAS.

	700	-	564
4	696		560
60	636		500
500	136		0

	700	-	564
500	200		64

	7	0	0
-	5	6	4
	7	0	10
-	5	7	4
	7	10	10
-	6	7	4
	1	3	6

LA SUSTRACCIÓN. SUS TRAMPAS.

	700	-	564
4	696		560
60	636		500
500	136		0

	700	-	564
500	200		64
50	150		14

	7	0	0
-	5	6	4
	7	0	10
-	5	7	4
	7	10	10
-	6	7	4
	1	3	6

LA SUSTRACCIÓN. SUS TRAMPAS.

	700	-	564
4	696		560
60	636		500
500	136		0

	700	-	564
500	200		64
50	150		14
10	140		4

	7	0	0
-	5	6	4
	7	0	10
-	5	7	4
	7	10	10
-	6	7	4
	1	3	6

LA SUSTRACCIÓN. SUS TRAMPAS.

	700	-	564
4	696		560
60	636		500
500	136		0

	700	-	564
500	200		64
50	150		14
10	140		4
4	136		0

	7	0	0
-	5	6	4
<hr/>			
	7	0	10
-	5	7	4
<hr/>			
	7	10	10
-	6	7	4
<hr/>			
	1	3	6

	1628	■	762
2	1626		760
20	1606		740
6	1600		734

	1628	-	762
2	1626		760
20	1606		740
6	1600		734
600	1000		134

	1628	-	762
2	1626		760
20	1606		740
6	1600		734
600	1000		134
100	900		34

	1628	-	762
2	1626		760
20	1606		740
6	1600		734
600	1000		134
100	900		34
30	870		4

	1628	-	762
2	1626		760
20	1606		740
6	1600		734
600	1000		134
100	900		34
30	870		4
4	866		0

PROBLEMAS ADECUADOS PARA EL FORMATO POR ELIMINACIÓN

- **COMPARACIÓN 1. “*Marcos tiene 7 €.
Raquel tiene 5. ¿Cuántos más tiene Marcos?*”**
- **COMPARACIÓN 2. “*Marcos tiene 7 €.
Raquel tiene 5. ¿Cuántos menos tiene Raquel?*”**

¡O HACERLA DE OTRA FORMA!

AÑADO A 564	LLEGO A
$700 - 564 = 136$	

¡O HACERLA DE OTRA FORMA!

AÑADO A 564	LLEGO A
6	570
$700 - 564 = 136$	

¡O HACERLA DE OTRA FORMA!

AÑADO A 564	LLEGO A
6	570
30	600
$700 - 564 = 136$	

¡O HACERLA DE OTRA FORMA!

AÑADO A 564	LLEGO A
6	570
30	600
100	700
$700 - 564 = 136$	

¡O HACERLA DE OTRA FORMA!

AÑADO A 564	LLEGO A
6	570
30	600
100	700
136	

¡O HACERLA DE OTRA FORMA!

AÑADO A 564	LLEGO A
6	570
30	600
100	700
136	
$700 - 564 = 136$	

AUNQUE LO QUE HACE EL NIÑO ES ...

AÑADO A 564	LLEGO A
$700 - 564 =$	

AUNQUE LO QUE HACE EL NIÑO ES ...

AÑADO A 564	LLEGO A
100	664
$700 - 564 =$	

AUNQUE LO QUE HACE EL NIÑO ES ...

AÑADO A 564	LLEGO A
100	664
30	694
$700 - 564 =$	

AUNQUE LO QUE HACE EL NIÑO ES ...

AÑADO A 564	LLEGO A
100	664
30	694
6	700
136	
700 - 564 =	

OTROS ALTERAN EL ORDEN

AÑADO A 564	LLEGO A
$700 - 564 =$	

OTROS ALTERAN EL ORDEN

AÑADO A 564	LLEGO A
100	664
6	670
30	700
$700 - 564 =$	

OTROS ALTERAN EL ORDEN

AÑADO A 564	LLEGO A
100	664
6	670
30	700
136	
$700 - 564 =$	

PROBLEMAS ADECUADOS PARA EL FORMATO EN ESCALERA ASCENDENTE

- **CAMBIO 3. “Tenía 8 canicas y después de jugar tengo 12. ¿Cuántas he ganado?”**
- **IGUALACIÓN 1. “Marcos tiene 7 €. Raquel tiene 5. ¿Cuántos € más necesita Raquel para tener los mismos que Marcos?”**

¡O AL REVÉS!

LE QUITO A 700	LLEGO A
$700 - 564 =$	

¡O AL REVÉS!

LE QUITO A 700	LLEGO A
100	600
$700 - 564 =$	

¡O AL REVÉS!

LE QUITO A 700	LLEGO A
100	600
30	570
6	564
$700 - 564 =$	

¡O AL REVÉS!

LE QUITO A 700	LLEGO A
100	600
30	570
6	564
136	
$700 - 564 = 136$	

PROBLEMAS ADECUADOS PARA EL FORMATO EN ESCALERA DESCENDENTE

- CAMBIO 2. ***“Antonio tiene en su hucha 8 €. Saca 3. ¿Cuánto le queda?”***
- COMBINACIÓN 2. ***“Luisita tiene 8 bombones contando los rellenos y los normales. Tiene 3 rellenos. ¿Cuántos tiene normales?”***
- CAMBIO 4. ***“Ana tiene 14 canicas. Después de jugar le quedan 8. ¿Cuántas ha perdido?”***
- CAMBIO 5. ***“Jugando he ganado 7 canicas, y ahora tengo 11. ¿Cuántas tenía antes de empezar a jugar?”***
- COMPARACIÓN 4. ***“Ester tiene 8 €. Irene tiene 5 € menos que ella. ¿Cuánto dinero tiene Irene?”***
- COMPARACIÓN 5. ***“Rosa tiene 8 €, y tiene 3 € más que Carlos. ¿Cuántos € tiene Carlos?”***

PROBLEMAS ADECUADOS PARA EL FORMATO EN ESCALERA DESCENDENTE

- IGUALACIÓN 2. ***“Marcos tiene 7 €. Raquel tiene 5. ¿Cuántos € tiene que perder Marcos para tener los mismos que Raquel?”***
- IGUALACIÓN 3. ***“Juan tiene 8 €. Si Rebeca ganara 5 €, tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos € tiene Rebeca?”***
- IGUALACIÓN 6. ***“Marcos tiene 8 €. Si perdiera 5 tendría los mismos que Rafael. ¿Cuántos € tiene Rafael?”***

TAMBIÉN SE PUEDE COMPENSAR

8438			
5296			

La sustracción es **8438 - 5296**. Una alumna de 3º recurre, con muy bien criterio, a un sistema compensatorio.

TAMBIÉN SE PUEDE COMPENSAR

	5000		
8438	3438		
5296	296		

En la primera columna resta lo máximo que puede (5000).

TAMBIÉN SE PUEDE COMPENSAR

	5000	300	
8438	3438	3138	
5296	296	Debe 4	

En la segunda columna se da cuenta de que puede redondear. Resta 300, pero como en el sustraendo sólo tiene 296, sabe que ha restado cuatro unidades de más en el minuendo.

TAMBIÉN SE PUEDE COMPENSAR

	5000	300	Suma 4
8438	3438	3138	3142
5296	296	Debe 4	-

A continuación las añade (tercera columna) y ha dejado el resultado al final. La alumna ha resuelto esta cuenta no en cuatro pasos, como habría hecho de manera tradicional, sino prácticamente en dos.

SECUENCIA Y PROGRESO
EN EL DOMINIO DE LA
OPERACIÓN DE RESTAR.

FASES	CONTENIDO	EJEMPLO
PROGRESIÓN DENTRO DE LA PRIMERA CENTENA		
1	Tabla de sumar inversa. Especial atención a los complementarios a diez.	16-9 10-3
2	Decenas completas.	60-30
3.	Decenas incompletas menos decenas completas.	78-50
4.	Decenas completas menos dígitos. Práctica especial de los complementarios a diez	30-8
5.	Decenas incompletas menos decenas completas:	
5.1.	Distancia de decenas.	68-39
5.2.	Distancia de decenas y unidades.	68-33

FASES	CONTENIDO	EJEMPLO
PROGRESIÓN UTILIZANDO CENTENAS		
6	Centenas completas.	800-500
7.	Centenas incompletas menos centenas completas.	738-200
8.	Centenas completas menos centenas con decenas.	700-230
9	Centenas con decenas menos centenas con decenas	430-260
10	Centenas completas menos centenas incompletas	700-256
11	Centenas incompletas menos centenas incompletas	563-278

Tratamiento de las fases.

- Fases 1, 2, 3, 4, 5 y 5.1.
 - Ejercicios de cálculo mental (con apoyo en papel si es preciso).
- Fase 5.2. (68 – 33). Puede utilizarse el ABN.
- Fases 6 y 7.
 - Ejercicios de cálculo mental (con apoyo en papel si es preciso).
- Fases 8 (700 – 230) y 9 (430 – 260). Ejercicios de cálculo mental (con apoyo en papel si es preciso). El alumnado más lento puede utilizar ABN.
- Fases 10 (700 – 256) y 11 (563 – 278). Utilización del algoritmo ABN.

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN.

- Se presentan algoritmos poco transparentes, que ocultan los pasos intermedios y el sentido del proceso.
- La colocación de los cálculos se convierte en una pieza clave, faltando orientaciones iniciales sobre ella.
- Se deben trabajar modelos básicos. Las extensiones de los mismos se deben resolver con la calculadora.

LAS TABLAS. PRECISIONES

- Hay que seguir el modelo de red, y no de puntos aislados.
- Tienen que aplicarse al conjunto de saberes que sobre la numeración posea el niño.
- Se deben relacionar las tablas entre sí.
- Se memorizan los hechos básicos también con el ejercicio significativo.

OPACIDAD DE LAS OPERACIONES

		6	3	2
		X	8	9
	5	6	8	8
5	0	5	6	

X	600	30	2
80	48000	2400	160
9	5400	270	18

OPACIDAD DE LAS OPERACIONES

		6	3	2
		X	8	9
	5	6	8	8
5	0	5	6	
5	6	2	4	8

X	600	30	2	Total
80	48000	2400	160	50560
9	5400	270	18	5688
Total	53400	2670	178	56248

UN ALGORITMO DIFERENTE

$$458 \times 6 =$$

	6	
400		
50		
8		

UN ALGORITMO DIFERENTE

$$458 \times 6 =$$

	6	
400	2400	
50		
8		

UN ALGORITMO DIFERENTE

$$458 \times 6 =$$

	6	
400	2400	
50	300	2700
8		

UN ALGORITMO DIFERENTE

$$458 \times 6 = 2748$$

	6	
400	2400	
50	300	2700
8	48	2748

UN ALGORITMO DIFERENTE

$$6039 \times 8 = 48.312$$

$6039 \times 8 = 48.312$											
	8			8			8			8	
6000			6000	48000		6000	48000		6000	48000	
30			30			30	240	48240	30	240	48240
9			9			9			9	72	48312
A			B			C			D		

FORMATO POR DOS CIFRAS

3 6 8 X 4 3 =				
	40	3		
300				
60				
8				

FORMATO POR DOS CIFRAS

3 6 8 X 4 3 =				
	40	3		
300	•		12000	
60				
8				

FORMATO POR DOS CIFRAS

3 6 8 X 4 3 =				
	40	3		
300	•		12000	
			2400	14400
60	•			
8				

FORMATO POR DOS CIFRAS

3 6 8 X 4 3 =				
	40	3		
300	•		12000	
		•	2400	14400
60	•		900	15300
8				

FORMATO POR DOS CIFRAS

3 6 8 X 4 3 =				
	40	3		
300	•		12000	
		•	2400	14400
60	•		900	15300
			320	15620
8	•			

FORMATO POR DOS CIFRAS

3 6 8 X 4 3 =				
	40	3		
300	•		12000	
		•	2400	14400
60	•		900	15300
		•	320	15620
8	•		180	15800

FORMATO POR DOS CIFRAS

3 6 8 x 4 3 = 1 5 . 8 2 4				
	40	3		
300	•		12000	
		•	2400	14400
60	•		900	15300
		•	320	15620
8	•		180	15800
		•	24	15824

LA CULTURA DE LA VERIFICACIÓN.

- El alumno debe verificar, como parte integrante del proceso de resolución del problema, que la solución que ha alcanzado es la correcta.
- La carencia de este paso es un síntoma más de lo que se llama la falta de la cultura de la verificación.
- En muchos casos, se acogen a ella los mismos maestros, que cada vez más eluden corregir las producciones de los niños precisamente para favorecer la **autoevaluación** de los mismos.
- El problema de la lamentable situación de los conocimientos matemáticos, ¿no radicará precisamente en la sistemática ausencia de comprobación de la efectividad de todo lo que se hace?

ANTES DE ACABAR. Algunos enlaces.

- <http://www.recursosmatematicos.com/redemat.html>
- <http://championmath.free.fr/index.html>
- <http://mathforum.org/teachers/>
- <http://www.amejor.com/>
- <http://answermath.com/index.html>
- <http://www.stfx.ca/special/mathproblems/welcome.html>
- <http://www.fpolar.org.ve/matematica/>
- <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/html/adjuntos/20>
- <http://www.ibe.unesco.org/Spanish/cops/Competencias/C>
 - Sobre Competencias. Marco teórico

BIBLIOGRAFÍA DEL AUTOR.

- Martínez Montero, J. (2000). Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI. Bilbao. Ciss-Praxis.
- Martínez Montero, J. (2004). Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales. Valencia. Ciss-Praxis.
- Burgos Alonso, V., Martínez Montero, J., y Pérez González, J. (Diversas fechas). Pensamos y jugamos con los números. Boecillo. La Calesa. Colección de doce cuadernos de trabajo.

**MUCHAS GRACIAS POR
VUESTRA ATENCIÓN.**

**BAZA Y HUESCAR. NOVIEMBRE
DE 2008.**